

GEIAK-210-B2, GEIAK-210-BL2

Műszaki informatika Mátrix-vektor gyakorlati feladatok

1. feladat

Adottak az n elemű \mathbf{a} , \mathbf{b} vektorok.

Képezni kell a \mathbf{c} vektort, ahol $c_i = b_i / \Sigma(a_i)$, $(i = 0, 1, \dots, n-1)$

Írassa ki a \mathbf{c} vektort normál és fordított sorrendben is!

2. feladat

Adottak az n elemű \mathbf{a} , \mathbf{b} vektorok.

Képezni kell q értékét, mint súlyozott átlagot: $q = \Sigma(a_i \cdot b_i) / \Sigma(a_i)$, $(i = 0, 1, \dots, n-1)$

Írassa ki a q értéket!

3. feladat

Adott az n elemű \mathbf{a} vektor. Meg kell határozni ennek abszolút értékét (hosszát) az

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{\sum a_i^2} \quad (i = 0, 1, \dots, n-1)$$

képlet alapján. Majd képezni kell az \mathbf{a}^0 egységvektort az

$$a_i^0 = \frac{a_i}{|\mathbf{a}|} \quad (i = 0, 1, \dots, n-1)$$

képlet alapján. Írassa ki az egységvektor elemeit!

4. feladat

Adott az n elemű \mathbf{d} vektor. Meg kell határozni ennek legnagyobb elemét (d_{max}), majd képezni kell a \mathbf{c} vektort, melynek kiszámítása a

$$c_i = d_i / d_{max}, \quad (i = 0, 1, \dots, n-1)$$

képlettel történik. Írassa ki a \mathbf{c} vektort!

5. feladat

Adottak az n elemű \mathbf{d} , \mathbf{e} vektorok. Képezni kell az $\mathbf{f} = \mathbf{d} - \mathbf{e}$ különbségvektort és annak abszolút értékét:

$$|f| = \sqrt{\sum f_i^2} \quad (i = 0, 1, \dots, n-1)$$

Írassa ki az abszolút értéket!

6. feladat

Adottak az n elemű \mathbf{a} , \mathbf{b} vektorok. Bontsa fel a \mathbf{b} vektort \mathbf{a} -val párhuzamos, illetve arra merőleges összetevőkre a következő képletek szerint:

$$\mathbf{b}_{a_parh} = (\mathbf{a}^0 \cdot \mathbf{b}) \cdot \mathbf{a}^0 \quad \text{és} \quad \mathbf{b}_{a_mer} = \mathbf{b} - \mathbf{b}_{a_parh} \cdot$$

Ahol \mathbf{a}^0 az \mathbf{a} irányú egységvektor:

$$a_i^0 = \frac{a_i}{|\mathbf{a}|} \quad (i = 0, 1, \dots, n-1)$$

Írassa ki a két összetevővektor koordinátáit!

7. feladat

Adottak az \mathbf{a} és \mathbf{c} egymásra állítólag merőleges vektorok, továbbá egy E hibakorlát.
Ellenőrizze, hogy \mathbf{a} és \mathbf{c} valóban merőlegesek-e az E hibakorláton belül, azaz teljesül-e az $|\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}| < E$ feltétel.

$\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}$ a két vektor skaláris szorzatát jelenti, $|\cdot|$ az abszolút értéket.

8. feladat

Adottak az n elemű \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} vektorok.

Meg kell számlálni, hogy a \mathbf{c} vektor hány eleménél teljesül az

$$a_i < c_i < b_i \quad (i = 0, 1, \dots, n-1)$$

feltétel. Adja meg még a feltételt kielégítő c_i elemek összegét is!

9. feladat

Adott \mathbf{a} vektor esetében meg kell határozni annak legkisebb (a_{min}) és legnagyobb (a_{max}) elemét, majd képezni kell olyan \mathbf{b} vektort, melynek elemei

$$b_i = a_i \cdot 100 / (a_{max} - a_{min}) \quad (i = 0, 1, \dots, n-1)$$

összefüggés alapján számíthatók ki. Írassa ki \mathbf{b} elemeit!

10. feladat

Adottak az n elemű \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} vektorok, melyek elemei rendre egy meteorológiai állomáson mért reggeli, déli és esti hőmérsékletek. Elő kell állítani és kiírni a napi középhőmérsékletek n elemű \mathbf{t} vektorát, továbbá az n napos periódus $t_{\text{át}}$ középhőmérséklet átlagát.

11. feladat

Az n elemű adott \mathbf{a} vektor elemei rendre az n éves időszak egyes éveiben elért termelési értékeket jelentik. Az a_0 elemet bázisnak tekintve képezze azon $n-1$ elemű \mathbf{b} vektor elemeit, amely az \mathbf{a} vektor elemeinek relatív változásait fejezi ki százalékos formában:

$$b_0 = 100; \quad b_i = \frac{(a_{i+1} - a_i) \cdot 100}{a_i}, \quad (i = 0, 1, \dots, n-2)$$

12. feladat

Adottak az n elemű \mathbf{a} , \mathbf{d} vektorok. Határozza meg a \mathbf{b} vektort, melynek elemei

$$b_i = a_i - d_i$$

összefüggés alapján számíthatók, továbbá a \mathbf{b} vektor b_{max} legnagyobb és b_{min} legkisebb elemét és azok i_{bmax} és i_{bmin} indexét ($i = 0, 1, \dots, n-1$).

13. feladat

Adott \mathbf{R} mátrix és \mathbf{a} vektor esetében meg kell határozni azon újabb \mathbf{S} mátrixot, amely az \mathbf{R} mátrixból adódik, miután mindegyik sorából az \mathbf{a} vektor levonásra kerül.

Megjegyzések:

1. A sor, oszlop méreteket billentyűzetről kérje be!
2. Ügyeljen a méret-egyezésre, hogy az említett kivonás elvégezhető legyen!
3. Az adatbevitelt lehet véletlenszám-generátorral végeztetni, hogy könnyebben tesztelhető legyen a program.

14. feladat

Adott \mathbf{U} négyzetes mátrix és illeszkedő hosszú \mathbf{d} vektor esetén határozza meg az \mathbf{e} vektort, melynek elemei

$$e_i = d_i - \sum_{k=0}^{n-1} u_{ik} \quad (i = 0, 1, \dots, n-1)$$

15. feladat

Adott T mátrix esetén meg kell határozni mindegyik sor maximális elemét, majd azzal a szóban forgó sor elemeit rendre elosztani. Az eredmény T -ben keletkezzen!

16. feladat

Adott R mátrix és s továbbá q valós értékek ($s < q$) esetén meg kell számlálni, hogy az R mátrix hány elemére, illetve mely elemeire *nem* teljesül az $s < r_{ik} < q$ egyenlőtlenség-pár. (r_{ik} jelenti az R mátrix i, k indexű tagját.)

Megjegyzések:

1. Az R mátrix méretét (m, n) billentyűzetről kérje be, valamint az s, q értékeket is!
2. Bekéréskor ellenőrizze, hogy $s < q$.
3. Az R mátrix elemeit véletlenszám-generátorral adja meg, hogy a program tesztelése ne legyen olyan fájradtságos.
4. Az, hogy "mely elemeire", az illető elem indexeinek (i és k) megadását jelenti. ($i = 0, 1, \dots, m-1$; $k = 0, 1, \dots, n-1$)

17. feladat

Adott, egész véletlenszámokkal feltöltött M mátrix esetén a mátrix páratlan elemeit sorra írassa ki. M méretét billentyűzetről kérje be.

18. feladat

Adott T (pozitív elemű) mátrix és g (pozitív elemű) vektor esetén határozza meg soronként azt a d_i számot, amely megmutatja, hogy legfeljebb hányszor (egész érték) lehet kivonni a mátrix adott sorából a g vektort úgy, hogy ne adódjon negatív elem a mátrix i indexű sorában?

19. feladat

Adott U mátrix továbbá d vektor esetén meg kell határozni soronként, hogy a szóban forgó i . sorban hányszor teljesül az

$$u_{ik} > d_k \quad (i, k = 0, 1, \dots, n-1)$$

egyenlőtlenség. Az eredményt az e vektorban tárolja, majd írassa ki!

20. feladat

Adott T mátrix és b vektor esetén képezni kell a c vektort, melynek elemei a

$$c_i = b_i / \sum(t_{ik}) \text{ összefüggés alapján számíthatók. } (i = 0, 1, \dots, m-1; k = 0, 1, \dots, n-1)$$

21. feladat

Adott kompatibilis \mathbf{R} és \mathbf{T} mátrixok esetén képezni kell az $\mathbf{U} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{T}$ szorzatmátrixot. \mathbf{U} elemeit írassa ki mátrix alakban formázva.

22. feladat

Adott \mathbf{R} mátrix és \mathbf{a} vektor esetén képezni kell azon \mathbf{U} mátrixot, melynek u_{ik} eleme az r_{ik} / a_i hányados egész része ($i, k = 0, 1, \dots, n-1$).

\mathbf{U} elemeit írassa ki mátrix alakban formázva. ($i = 0, 1, \dots, m-1, k = 0, 1, \dots, n-1$)

23. feladat

Adott \mathbf{U} mátrix és l korlátérték esetén meg kell határozni azon \mathbf{R} mátrixot, amelynek elemei az $r_{ik} = u_{ik} \cdot 100 / l$ összefüggés alapján számíthatók. Határozza meg az ily módon kapott \mathbf{R} mátrix elemeinek maximumát is. ($i = 0, 1, \dots, m-1, k = 0, 1, \dots, n-1$)

24. feladat

Adott \mathbf{V} mátrix esetén meg kell határozni azon \mathbf{T} mátrixot, amelynek elemei rendre

$$t_{ik} = (v_{ik} - v_{i1}) \cdot 100 / v_{i1} \quad (i = 0, 1, \dots, m-1, k = 0, 1, \dots, n-1)$$

összefüggés alapján számíthatók. \mathbf{T} elemeit írassa ki mátrix alakban formázva.

25. feladat

Egy adott időszakban n számú vállalat egymással folytatott adás-vétel forgalmát egy \mathbf{R} négyzetes mátrix tartalmazza, amelynek r_{ik} eleme az i -edik eladó és a k -edik vevő közötti vásárlás értékét jelenti forintban. E mátrix elemeinek soronkénti összege egy vállalat összes eladásának, oszloponkénti összege pedig az összes vásárlásának nagyságát fejezi ki. Hány vállalat eladásainak összege haladja meg a vásárlásait és melyek ezek a vállalatok (index-szel azonosítva)?

(Megj.: az említett mátrix főátlójának minden eleme 0.)

26. feladat

Egy \mathbf{T} technológiai mátrix t_{ik} eleme az i -edik erőforrás (nyersanyag, gépóra, élő munkaerő, stb.) szükségletet fejezi ki a k -edik termék egyetlen egységének (darab, tonna, stb.) előállításához ($i = 0, 1, \dots, m-1, k = 0, 1, \dots, n-1$).

Adott \mathbf{h}_k ($k = 0, 1, \dots, n-1$) megrendelés-vektor teljesítéséhez határozza meg a c_i összesített erőforrás-szükségleteket ($i = 0, 1, \dots, m-1$) erőforrásonként!

28. feladat

Egy többféle termékre vonatkozó megrendelés legyártásához szükséges e összesített erőforrás mennyiség vektor e_i elemei jelentik az i -edik erőforrás szükségletet ($i = 0, 1, \dots, m-1$). Adottak továbbá az erőforrások a_i egységárai. Értékelni kell, hogy melyik erőforrás 1%-os csökkentése következményeként csökken legnagyobb mértékben a megrendelés összesített önköltsége.

29. feladat

Adott T technológiai mátrix t_{ik} eleme a k -adik termék egy egységének előállításához szükséges mennyiséget jelenti az i -edik erőforrásból ($i = 0, 1, \dots, m-1$, $k = 0, 1, \dots, n-1$), a_i pedig annak egységárát. Ezek alapján megállapíthatók az egyes termékek q_k önköltségei ($k = 0, 1, \dots, n-1$).

Készítsen programot, melyben bármely erőforrás-egységár módosítható, és a program azonnal mutatja a módosítás hatására megváltozó termék-önköltségeket!

30. feladat

Ismeretes m dolgozó b_i [Ft] bruttó bére ($i = 0, 1, \dots, m-1$). Bizonyos q pénzösszeget a bruttó bérek arányában kell felosztani a dolgozók között. Mekkora c_i pótlékot és mekkora új b_i bruttó bért jelent ez az egyes dolgozók számára?

31. feladat

Ismeretes m dolgozó b_i [Ft] bruttó bére ($i = 0, 1, \dots, m-1$). Közülük mindenki azonos nagyságú s [Ft] pótlólagos juttatásban részesül. Mekkora c_i (%) többletjövedelmet jelent ez dolgozónként a saját korábbi fizetésükhöz viszonyítva?

32. feladat

Ismeretes m dolgozó b_i [Ft] évi összes bruttó bére ($i = 0, 1, \dots, m-1$), továbbá egy n -elemű g vektor, melynek elemei rendre az adósávhatárokat jelentik.

Meg kell határozni dolgozónként, hogy évi bruttó fizetésük alapján hányadik adósávba tartoznak, és mekkora összegű c_i pótlólagos juttatásban részesíthetők, hogy még ne lépjenek át a következő adósávba.

33. feladat

Ismeretes m dolgozó b_i [Ft] éves összes bruttó bére, c_i pótlólagos juttatása, ($i = 0, 1, \dots, m-1$), továbbá azon g_k [Ft] korlát nagysága, amelyen túl változik a jövedelemadó-százalék kulcsértéke, h_k pedig a jövedelemadó-százalék kulcsot jelenti a k -adik adósávban ($k = 0, 1, \dots, n-1$). A jövedelemadó-százalék kulcs függvény egy több g_k törésponttal rendelkező, monoton emelkedő tört lineáris függvény. Kérdés, dolgozónként mekkora összeggel növekedett az adó a pótlólagos juttatás következtében?

34. feladat

Ismeretes m dolgozó b_i [Ft] éves összes bruttó bére ($i = 0, 1, \dots, m-1$), továbbá dolgozónként bérbesorolásának a_i [Ft] alsó-, illetve f_i [Ft] felső kategória határa. Meg kell határozni dolgozónként, hogy bérbeállása hány százalékos a saját kategóriahatárai között? (a_i -nek 0%-os, f_i -nek 100%-os bérbeállási százalék felel meg.)

35. feladat

Adott $m \cdot n$ méretű T mátrix oszlopainak elemeit nagyság szerint csökkenő rendbe kell rendezni ($i = 0, 1, \dots, m-1, k = 0, 1, \dots, n-1$). Meg kell határozni a mátrix

$$\max_i \sum_{k=0}^{n-1} |t_{ik}|$$

normáját rendezés előtt és után.

36. feladat

Egy m számú tehergépkocsiból álló park jövedelmezőségét gépkocsinként n -napos időszakra rendelkezésre álló adatokkal jellemezzük a T, W, Z mátrixokban adott adatokkal:

t_{ik} : szállításteljesítmény (tonna km)

w_{ik} : pénzbevétel (Ft)

z_{ik} : üzemeltetési kiadás (Ft)

az i -edik kocsinál a k -adik napon.

Gépkocsinként meg kell határozni az egy tonnakilométerre eső nyereség n -napos időszakra átlagban adódó e_i mutatószámát ($i = 0, 1, \dots, m-1, k = 0, 1, \dots, n-1$). (nyereség = bevétel-kiadás)